

Descrierea soluției – amat

Prof. Eugen Nodea
Colegiul Național "Tudor Vladimirescu", Tg-Jiu

Soluție cerința 1 30p

Folosim un vector de frecvențe.

Cum indexarea vectorului pleacă de la 0, pentru determinarea frecvenței de apariții a elementelor negative vom deplasa intervalul valorilor de intrare:

$$[-1000, 1000] \Rightarrow [0, 2000];$$

Complexitatea acestei soluții este $O(N \cdot M)$ și ar trebui să obțină 30 de puncte.

Soluție cerința 2 20p

Pentru fiecare operație în parte, vom aduna valoarea operației pe fiecare element al submatricei. La fiecare pas, verificăm dacă există un element din matrice strict mai mic decât K . În caz contrar, ne oprim.

Această soluție are complexitate $O(N \cdot M \cdot Q)$ și ar trebui să obțină minimum 20 de puncte.

Soluție cerința 2 50p

Deoarece valorile matricei pot doar să crească după fiecare operație, se observă că răspunsul poate fi găsit folosind **căutare binară**. Pentru a verifica dacă, după un număr de operații, valorile matricei sunt toate mai mari sau egale cu K , vom calcula efectiv matricea după simularea operațiilor.

Să considerăm fiecare linie independent. Fiecare operație de upgrade va consta în $O(N)$ operații de **adăugare de interval** pentru fiecare vector linie. Pentru a simula operațiile de adăugare mai rapid, ne putem folosi de ideea că trebuie doar să aflăm valorile finale.

Să considerăm o matrice B unde $B(i, 1) = A(i, 1)$ și $B(i, j) = A(i, j) - A(i, j-1)$. O operație de adăugare cu valoarea x pe intervalul $[a, b]$ pe vectorul-linie $A(i, *)$ se poate simula rapid pe matricea B prin operațiile $B(i, a) += x$ și $B(i, b+1) -= x$. La final, putem reconstitui matricea A calculând sumele parțiale pentru fiecare vector-linie $B(i, *)$.

Această soluție are complexitate $O((Q + M) \cdot N \cdot \log(Q))$ și ar trebui să obțină minimum 50 de puncte.

Soluție cerința 2 70p

Pentru a obține punctajul maxim alocat cerinței 2, vom extinde ideea de mai sus pentru cazul bidimensional. Astfel, vom crea o matrice C astfel încât $C(i, j) = A(i, j) - A(i-1, j) - A(i, j-1) + A(i-1, j-1)$. În acest caz, o operație de adăugare cu valoarea x pe submatricea $(i1, j1, i2, j2)$ se va simula prin operațiile $C(i1, j1) += x$, $C(i1, j2+1) -= x$, $C(i2+1, j1) -= x$ și $C(i2+1, j2+1) += x$. În final, pentru a reconstitui matricea A , vom calcula sumele parțiale 2D pe matricea C .

Această soluție are complexitate $O((Q + M \cdot N) \log(Q))$ și ar trebui să obțină 70 de puncte.